全品

教辅图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第二册 RJA

本书为智慧教辅升级版

"讲题智能体"支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。

长江出版传媒
崇文书局

图书介绍

01 目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点二 已知通项公式写数列的项**

例 2 [教材 P4 例 1 改编] 根据数列$\{a_n\}$的通项公式，写出数列的前 5 项，并用图象表示出来.

(1)$a_n=\frac{1}{2}n-1$；

(2)$a_n=\sin\frac{(n+2)\pi}{2}$.

[素养小结]

数列$\{a_n\}$的通项公式给出了第 n 项 a_n 与它的位置序号 n 之间的关系，只要用序号代替公式中的 n，就可以求出数列中相应的项.

◆ **探究点四 数列通项公式的简单应用**

例 4 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=3n^2-28n$.

(1)写出数列$\{a_n\}$的第 4 项和第 6 项.

(2)-49 和 68 是否为该数列的项?

(3)数列$\{a_n\}$中有多少个负数项?

变式 (1)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+2)}$，则 $a_{10}=$________，若 $a_m=\frac{1}{168}$，则 $m=$________.

(2)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2+2n$，若第 $2m$ 项是第 m 项的 3 倍，则 $m=$________.

[素养小结]

判断某个数是否为数列中的项，需先假设它是数列中的项，然后列方程求解.若方程有正整数解，则该数是数列中的项；若方程无解或解均不是正整数，则该数不是数列中的项.

拓展 (1)[2025·沧州高二阶段练] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n-2}{2n-7}$，则$\{a_n\}$中的最大项为 ( )

A. $\frac{1}{5}$　B. 0　C. -1　D. 2

(2)数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=-2n^2+\lambda n$ $(n\in\mathbf{N}^*,\lambda\in\mathbf{R})$，若$\{a_n\}$是递减数列，则 λ 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,4)$　B. $(-\infty,4]$

C. $(-\infty,6)$　D. $(-\infty,6]$

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型二　等差数列、等比数列的基本运算及性质**

[类型总述] (1)证明一个数列为等差数列或等比数列;(2)等差、等比数列的通项公式及前 n 项和公式;(3)等差、等比数列的性质及应用.

例 2 (1)设$\{a_n\}$是等比数列,且 $a_1+a_3=3$,$a_3+a_5=6$,则 $a_9+a_{11}=$ (　　)

A. 24　　B. 36

C. 48　　D. 64

(2)[2024·全国甲卷] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和.已知 $S_5=S_{10}$,$a_5=1$,则 $a_1=$ (　　)

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{7}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{7}{11}$

变式 记 S_n 是公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $S_5=a_7$,$S_8=a_4a_7$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式 a_n;

(2)求使 $S_n>a_n$ 成立的 n 的最小值.

04 科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=0$,公差 $d=4$,则 $a_5=$ (　　)

A. 25　　B. 12

C. 16　　D. 8

综合提升

12. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,$a_{12}=12$,则 a_5 与 a_{11} 的等差中项为________.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.大衍数列$\{a_n\}$中,对于 $k=1,2,3,\cdots$,数列 a_{2k-1},a_{2k},a_{2k+1} 是公差为 d_k 的等差数列,且$\{d_k\}$也是等差数列.已知 $a_1=0$,$a_3=4$,$a_7=24$,则 $a_5=$________;$\{a_n\}$的前 9 项和等于________.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(一)

范围 4.1~4.2

(时间:45 分钟　分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

2. [2025·洛阳高二检测] 设数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{3}$,$a_na_{n+1}=(-1)^n(2n-1)^2$,则 $a_3=$ (　　)

A. 3　　B. 9

C. -3　　D. -9

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 若等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,前 n 项和为 S_n,记 $b_n=\frac{S_n}{n}$,则 (　　)

A. 数列$\{b_n\}$是公差为$\frac{1}{2}d$ 的等差数列

B. 数列$\{b_n\}$是公差为 $2d$ 的等差数列

C. 数列$\{a_n+b_n\}$是公差为$\frac{3}{2}d$ 的等差数列

D. 数列$\{a_n-b_n\}$是公差为$\frac{3}{2}d$ 的等差数列

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 若数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=6-\frac{2}{3^{n-1}}$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)[2025·驻马店高二检测] 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $a_1=7$,$S_3=15$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 S_n,并求 S_n 的最大值及此时 n 的值.

CONTENTS 目录

测　评　卷

第四章　数列

4.1　数列的概念

第 1 课时　数列的概念与表示

基础巩固

1. 下列说法中正确的是　(　　)

A. 如果一个数列不是递增数列,那么它一定是递减数列

B. 数列 1,0,-1,-2 与 -2,-1,0,1 是相同的数列

C. 数列 $\left\{\frac{n+1}{n}\right\}$ 的第 k 项为 $1+\frac{1}{k}$

D. 数列 0,2,4,6,…可记为$\{2n\}$

2. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是　(　　)

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{99}$

3. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}3n+1, n\text{ 是奇数},\\ 2n-2, n\text{ 是偶数},\end{cases}$ 则 $a_2\cdot a_3=$　(　　)

A. 70　　B. 28

C. 20　　D. 8

4. [2025·天津南开区高二质检] 已知数列$\{a_n\}$的前几项为 -1,4,-7,10,…,则该数列的一个通项公式为　(　　)

A. $a_n=(-1)^{n-1}(3n-2)$

B. $a_n=(-1)^n(3n-2)$

C. $a_n=(-1)^{n-1}(3n+1)$

D. $a_n=(-1)^n(3n+1)$

5. 在数列 $\frac{2}{7},\frac{3}{11},\frac{4}{15},\frac{5}{19},\cdots,\frac{n+1}{4n+3},\cdots$ 中,$\frac{10}{39}$是它的　(　　)

A. 第 8 项　　B. 第 9 项

C. 第 10 项　　D. 第 11 项

6. (多选题)已知数列 $\sqrt{2},2,\sqrt{6},2\sqrt{2},\cdots$,则下列说法正确的是　(　　)

A. 此数列的通项公式是 $\sqrt{2n}$

B. 8 是它的第 32 项

C. 此数列的通项公式是 $\sqrt{n+1}$

D. 8 是它的第 4 项

7. 已知下列数列:

(1)0,0,0,0,0,0;(2)0,-1,2,-3,4,-5,…;(3)$0,\frac{1}{2},\frac{2}{3},\cdots,\frac{n-1}{n},\cdots$;(4)$1,0.2,0.2^2,0.2^3,\cdots$;(5)$0,-1,0,\cdots,\cos\frac{n}{2}\pi,\cdots$.

其中有穷数列是________,无穷数列是________,递增数列是________,递减数列是________,常数列是________,摆动数列是________.(填序号)

8. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+2)}$,则 $a_{10}=$________;若 $a_n=\frac{1}{168}$,则 $n=$________.

9. (13 分)观察下列数列的特点,在每个空白处填入一个适当的数,并写出每个数列的一个通项公式.

(1)1,3,7,________,31,________,127;

(2)2,5,________,17,26,________,50;

(3)$\frac{1}{2},-\frac{1}{4}$,________,$-\frac{1}{16},\frac{1}{32}$,________,$\frac{1}{128}$;

(4)$1,\sqrt{2}$,________,$2,\sqrt{5}$,________,$\sqrt{7}$.

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 10 11 12 13 15

综合提升

10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=\dfrac{n}{3n+1}$,那么这个数列是 ( )

A. 递增数列　　B. 递减数列

C. 摆动数列　　D. 常数列

11. (多选题)[2025·盐城高二检测] 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-2n^2+13n$,则 ( )

A. 该数列仅有6项为正数

B. 该数列有无限多项为负数

C. 该数列的最大项就是函数$f(x)=-2x^2+13x$的最大值

D. -70是该数列中的一项

12. [2025·绵阳南山中学高二月考] 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=(104-4n)\times1.05^n(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$中的最大项是第________项.

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=2n^2+\lambda n+3$,$n\in\mathbf{N}^*$,且$\{a_n\}$是递增数列,则实数λ的取值范围是________.

14. (15分)根据数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的前5项,并用图象表示出来.

(1)$a_n=\dfrac{3+(-1)^n}{2}$;

(2)$a_n=\sin\dfrac{(n+1)\pi}{2}+1$.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和.该数列从第一项起依次是0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,…,则该数列的第19项为________,该数列的一个通项公式为$a_n=$________________.

16. (15分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{n-3}{2^n}$,试判断数列$\{a_n\}$的单调性,并判断该数列是否有最大项与最小项.

第 2 课时　数列的递推公式与前 n 项和

基础巩固

1. 符合递推公式 $a_n=\sqrt{2}a_{n-1}(n\geqslant 2)$ 的数列是　（　）

A. $1,2,3,4,\cdots$

B. $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

C. $\sqrt{2},2,\sqrt{2},2,\cdots$

D. $0,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

2. [2025・哈尔滨高二期末] 若 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n=\dfrac{n}{n+1}$，则 $\dfrac{1}{a_5}$ 等于　（　）

A. $\dfrac{5}{6}$　B. $\dfrac{6}{5}$　C. $\dfrac{1}{30}$　D. 30

3. [2025・重庆高二阶段练] 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, a_n<3,\\ a_n-3, a_n\geqslant 3,\end{cases}$ 则 $a_4=$　（　）

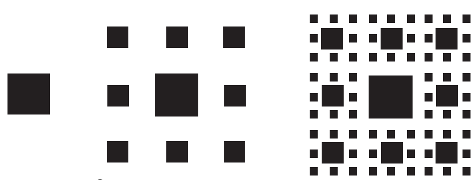
A. 1　B. 2

C. 4　D. 8

4. [2025・河池高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5=$　（　）

A. 31　B. 45　C. 57　D. 63

5. 如图，在三个正方形块中，着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项，则这个数列的一个递推公式为　（　）



A. $a_{n+1}=8a_n$

B. $a_{n+1}=a_n+8n$

C. $a_{n+1}=a_n+8^{n-1}$

D. $a_{n+1}=a_n+8^n$

6. （多选题）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $S_n=-n^2+8n$，则　（　）

A. $\{a_n\}$ 是递减数列

B. $a_{10}=-11$

C. 当 $n>4$ 时，$a_n>0$

D. 当 $n=4$ 时，S_n 取得最大值

7. [2025・厦门高二联考] 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=2^n-2n+3$，则 $a_3+a_4=$______.

8. [2025・江苏马坝高级中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=-\dfrac{2}{a_n}$，则 $a_{2028}=$__________.

9. （13 分）已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{n}{n+1}a_n$.

(1)写出数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项；

(2)猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

班级	
姓名	

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	
16	

综合提升

10. 已知数列$\left\{\dfrac{1}{2n-11}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，则使得$S_n$最小的$n$的值是 ( )

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

11. (多选题)在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}+\dfrac{1}{a_n}=1$，$n\in\mathbf{N}^*$，则 ( )

A. $a_{2027}=\dfrac{1}{2}$

B. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2028}=1014$

C. $a_1a_2a_3\cdots a_{2025}=1$

D. $a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_{2028}a_{2029}=-1014$

12. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$，则$a_9=$________.

13. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_2=1$，$a_n+a_{n+1}=2026(n\in\mathbf{N}^*)$，那么$a_{2025}=$________.

14. (15分)已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_n=\dfrac{1}{2}n^2+\dfrac{1}{2}n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$b_n=2^{a_n}-5a_n$，求数列$\{b_n\}$中的最小项.

思维探索

15. (多选题)在无穷数列$\{a_n\}$中，若$a_p=a_q(p,q\in\mathbf{N}^*)$时，总有$a_{p+1}=a_{q+1}$，则定义$\{a_n\}$为“阶梯数列”. 设$\{a_n\}$为“阶梯数列”，前$n$项和为$S_n$，且$a_1=a_4=1$，$a_5=\sqrt{3}$，$a_8a_9=2\sqrt{3}$，则 ( )

A. $a_7=1$

B. $a_8=2a_4$

C. $S_{10}=10+3\sqrt{3}$

D. $a_{2027}=\sqrt{3}$

16. 数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现这样一个数列$\{a_n\}$：1，1，2，3，5，8，…，它从第3项起，每一项都等于前面两项之和，即$a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，这样的数列称为“斐波那契数列”. 若$a_m=2(a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{126})+1$，则$m=$________.

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础巩固

1. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=0$，公差$d=4$，则$a_5=$ ( )

A. 25　　B. 12

C. 16　　D. 8

2. $\lg(\sqrt{5}+2)$与$\lg(\sqrt{5}-2)$的等差中项是 ( )

A. $\sqrt{5}$　　B. 0

C. $\lg\sqrt{5}$　　D. $\lg 2$

3. [2025·阜阳高二阶段练] 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_3=8$，$a_7=16$，则$a_9=$ ( )

A. 18　　B. 20

C. 22　　D. 24

4. 若等差数列$\{a_n\}$的首项是-24，且从第10项开始大于0，则公差d的取值范围是 ( )

A. $\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$　　B. $(-\infty,3)$

C. $\left[\frac{8}{3},3\right)$　　D. $\left(\frac{8}{3},3\right]$

5. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，且对任意大于1的正整数n，点$(\sqrt{a_n},\sqrt{a_{n-1}})$在直线$x-y-\sqrt{3}=0$上，则 ( )

A. $a_n=3n$

B. $a_n=\sqrt{3n}$

C. $a_n=n-\sqrt{3}$

D. $a_n=3n^2$

6. (多选题)已知下列数列的通项公式，其中是等差数列的是 ( )

A. $a_n=-3$

B. $a_n=5n-8$

C. $a_n=\log_3 5^n$

D. $a_n=n^2-n$

7. 已知等差数列$-5,-9,-13,\cdots$，则该数列的第5项为________.

8. [2025·济宁高二检测] 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_5=11$，$a_1+a_2+a_3=15$，则$a_n=$________.

9. (13分)在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=8$，$a_4=7$.

(1)求a_{10}.

(2)112是数列$\{a_n\}$的第几项？

(3)满足$80<a_n<110$的共有多少项？

综合提升

10. (多选题)[2025·兰州高二期中] 下列关于等差数列$\{a_n\}$的结论正确的是 ( )

A. 若数列$\{a_n\}$是递增数列，则公差$d>0$

B. 若公差$d\neq 0$，则数列$\{a_n\}$一定是递增数列或者递减数列

C. 若$a_1<a_2<a_3$，则数列$\{a_n\}$是递减数列

D. 若$a_2<a_4<a_6$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

11. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$为递减数列，且$a_3=1$，$a_2a_4=\frac{3}{4}$，则下列结论中正确的有 ( )

A. 数列$\{a_n\}$的公差为$-\frac{1}{2}$

B. $a_n=-\frac{1}{2}n+\frac{5}{2}$

C. 数列$\{a_1a_n\}$是公差为-1的等差数列

D. $a_1a_7+a_4=-1$

班级

姓名

答题区 题号

1

2

3

4

5

6

7

8

10

11

12

13

15

12. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,$a_{12}=12$,则a_5与a_{11}的等差中项为________.

13. 某网站举办了一场针对本网站会员的奖品派发活动,派发规则如下:①会员编号能被3除余1且被5除余1的会员可以获得精品吉祥物一套;②不符合①中条件的会员可以获得普通吉祥物一套.已知该网站的会员共有2024人(编号为1号到2024号,中间没有空缺),则获得精品吉祥物的人数为________.

14. (15分)已知函数$f(x)=\frac{3x}{x+3}$,数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(a_{n-1})(n\geqslant 2$且$n\in\mathbf{N}^*)$,且$a_n\neq 0$.

(1)求证:数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$是等差数列;

(2)当$a_1=\frac{1}{2}$时,求a_{2026}.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.大衍数列$\{a_n\}$中,对于$k=1,2,3,\cdots$,数列a_{2k-1},a_{2k},a_{2k+1}是公差为d_k的等差数列,且$\{d_k\}$也是等差数列.已知$a_1=0$,$a_3=4$,$a_7=24$,则$a_5=$________;$\{a_n\}$的前9项和等于________.

16. (15分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1,n\text{ 为奇数},\\a_n+2,n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)求a_2,a_3;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第2课时　等差数列的性质与应用

基础巩固

1. [2025·惠州高二期末]已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_2=3$，$a_6=11$，则a_4等于　(　　)

A. 7　　B. 6　　C. $\frac{47}{5}$　　D. $\frac{31}{5}$

2. [2025·周口高二期末]在等差数列$\{a_n\}$中，$a_5+a_9=6$，$a_6=10$，则$\{a_n\}$的公差$d=$　(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -4　　C. -7　　D. -8

3. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_5=8$，则$\log_2(a_2+a_4+a_5+a_9)=$　(　　)

A. 6　　B. 16　　C. 5　　D. 32

4. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$都是等差数列，且$a_1-b_1=2$，$a_2-b_2=1$，则$a_5-b_5=$　(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，$a_1+a_4+a_7=10$，$a_2+a_5+a_8=30$，则$a_3+a_6+a_9=$　(　　)

A. 90　　B. 70　　C. 50　　D. 40

6. (多选题)下列说法中不正确的有　(　　)

A. 若a,b,c成等差数列，则a^2,b^2,c^2成等差数列

B. 若a,b,c成等差数列，则$\log_2 a,\log_2 b,\log_2 c$成等差数列

C. 若a,b,c成等差数列，则$a+2,b+2,c+2$成等差数列

D. 若a,b,c成等差数列，则$2^a,2^b,2^c$成等差数列

7. 等差数列$\{a_n\}$的第3项为12，第6项为4，则此数列的第9项为________.

8. 在a和b两数之间插入n个数，得到等差数列$a,c_1,c_2,\cdots,c_n,b$，则该数列的公差为________.

9. (13分)设等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3+a_5=9$.

(1)求a_3；

(2)若$a_1+a_2+a_3,a_4+a_5+a_6,a_7+a_8+a_9$是公差为18的等差数列，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

综合提升

10. 已知等差数列$\{a_n\}$为递增数列，且满足$a_3+a_7=34$，$a_4\cdot a_6=280$，则其通项公式为　(　　)

A. $a_n=6n-10$　　B. $a_n=3n+2$　　C. $a_n=2n+7$　　D. $a_n=n+10$

11. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1>0$，且$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$，则　(　　)

A. $a_1+a_{101}>0$　　B. $a_1+a_{101}<0$　　C. $a_3+a_{99}=0$　　D. $a_{51}<a_{50}$

12. [2025·绵阳南山中学高二月考]有两个等差数列2,6,10,…,190和2,8,14,…,200，由这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列，则这个新数列有________项.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	10
	11
	12
	13
	15

13. 我国古代数学名著中有如下问题:"今有五人分六钱,令前三人所得与后二人等,各人所得均增,问各得几何?"其意思是:已知 A,B,C,D,E 五个人分重量为 6 钱("钱"是古代的一种重量单位)的物品,A,B,C 三人所得物品的钱数之和与 D,E 二人所得物品的钱数之和相等,且 A,B,C,D,E 每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列,问五个人各分得多少钱的物品?在这个问题中,C 分得物品的钱数是________.

14. (15 分)已知等差数列$\{a_n\}$的公差为正数,a_2 与 a_8 的等差中项为 8,且 $a_3a_7=28$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式.

(2)从$\{a_n\}$中依次取出第 3 项,第 6 项,第 9 项,…,第 $3n$ 项,按照原来的顺序组成一个新数列$\{b_n\}$,判断 938 是不是数列$\{b_n\}$中的项?并说明理由.

思维探索

15. (多选题)在数列$\{a_n\}$中,若 $a_n^2-a_{n-1}^2=p$($n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*$,$p$ 为常数),则称$\{a_n\}$为平方等差数列.下列说法中正确的为 ( )

A. $\{(-2)^n\}$是平方等差数列

B. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{a_n^2\}$是等差数列

C. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{ka_n+b\}$($k,b\in\mathbf{N}^*$,k,b 为常数)也是平方等差数列

D. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{a_{kn+b}\}$($k,b\in\mathbf{N}^*$,k,b 为常数)也是平方等差数列

16. (15 分)有一批电器原销售价为每台 800 元,在甲、乙两家商场均有销售.甲商场用如下方法促销:买一台单价为 780 元,买两台单价为 760 元,以此类推,每多买一台则单价减少 20 元,但单价最少不低于 440 元;乙商场一律按原价的 75%销售.某单位需购买一批此类电器,去哪一家商场购买花费较少?

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式及性质

基础巩固

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_3=4$，$S_6=30$，则 $a_2=$ ( )

A. -2 B. 2

C. 4 D. 6

2. [2025·无锡一中高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_2=5$，$a_1+a_4=8$，则$\{a_n\}$的前 10 项和 $S_{10}=$ ( )

A. -20 B. -10

C. 10 D. 20

3. [2025·西南大学附中高二期末] 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=1$，$S_9=27$，则公差 $d=$ ( )

A. 0 B. 1

C. 2 D. 3

4. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_3=4$，$a_4+a_5+a_6=6$，则$\frac{S_9}{S_6}=$ ( )

A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{19}{10}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{19}{6}$

5. 设等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n，T_n，$n\in\mathbf{N}^*$，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n+3}{4n-3}$，则$\frac{a_2+a_{14}}{b_3+b_{13}}$的值为 ( )

A. $\frac{37}{65}$ B. $\frac{11}{19}$

C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{19}{29}$

6. (多选题)已知$\{a_n\}$是等差数列，S_n 是其前 n 项和，若 $a_7+a_9=16$，则下列结论正确的是 ( )

A. $a_8=8$ B. $S_{15}=120$

C. $a_3+a_{13}=16$ D. $a_{16}=16$

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_n=2n-1(n\in\mathbf{N}^*)$，其前 n 项和为 S_n，则 $S_{20}=$________.

8. 在数列$\{a_n\}$中，已知 $a_{n+1}-a_n=a_{n+2}-a_{n+1}$，$a_{1013}=1$，则该数列前 2025 项的和 $S_{2025}=$________.

9. (13 分)已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，前 n 项和为 S_n.

(1)若 $a_1=\frac{5}{6}$，$a_n=-\frac{3}{2}$，$S_n=-5$，求 n 和 d；

(2)若 $a_6=10$，$S_5=5$，求 a_8 和 S_{10}.

(3)若 $S_5=24$，求 a_2+a_4.

综合提升

10. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，T_n 是数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$的前 n 项和，若 $S_7=7$，$S_{15}=75$，则 $T_n=$ ( )

A. $\frac{n^2-9n}{4}$ B. $\frac{n^2+9n}{4}$

C. $\frac{n^2-3n}{4}$ D. $\frac{n^2+3n}{4}$

11. (多选题)记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则 ( )

A. $S_6=2S_4-S_2$

B. $S_6=3(S_4-S_2)$

C. S_{2n}，$S_{4n}-S_{2n}$，$S_{6n}-S_{4n}$ 成等差数列

D. $\frac{S_2}{2}$，$\frac{S_4}{4}$，$\frac{S_6}{6}$成等差数列

班级

姓名

答题区 题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{n+1}=a_n+2$,若$a_k+a_{k+1}+\cdots+a_{k+9}=270$,则$k=$________.

13. [2025·南充白塔中学高二月考] 等差数列$\{a_n\}$的前16项和为640,前16项中偶数项的和与奇数项的和之比为11∶9,则公差d的值是________.

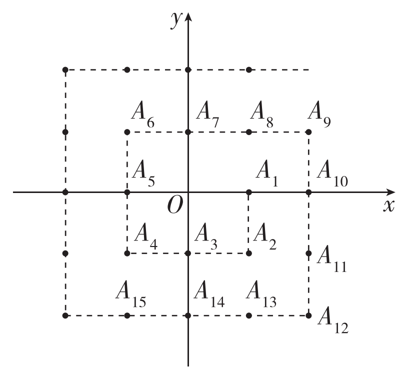
14. (15分)[2025·茂名高二期末] 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和.

(1)证明:$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列;

(2)设T_n为数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$的前$n$项和,若$S_4=12$,$S_8=40$,求$T_n$.

思维探索

15. 如图,在平面直角坐标系中有一系列格点$A_i(x_i,y_i)$,其中$i=1,2,3,\cdots,n,\cdots$,且x_i,$y_i\in\mathbf{Z}$.记$a_n=x_n+y_n$,如$A_1(1,0)$对应$a_1=1$,$A_2(1,-1)$对应$a_2=0$,以此类推.设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则$a_{2024}=$________,$S_{2025}=$________.



16. (15分)已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=14n-n^2$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$T_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$,求$T_n$.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的最值与应用

基础巩固

1. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2-15n$，则 S_n 的最小值是（　）

A. -14　　B. $-\frac{225}{4}$

C. -56　　D. -112

2. 一物体从 1960 米的高空降落，如果第 1 秒降落 4.90 米，以后每秒比前一秒多降落 9.80 米，那么落到地面所需要的时间为（　）

A. 20 秒　　B. 21 秒

C. 19 秒　　D. 22 秒

3. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列，若 $a_1<a_2<0$，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n（　）

A. 无最大值，有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最大值，有最小值

D. 无最大值，无最小值

4. 已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_1+a_3+a_5=156$，$a_2+a_4+a_6=147$，$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则使得 S_n 取得最大值的 n 的值为（　）

A. 18　　B. 19

C. 20　　D. 21

5. 按照小方的阅读速度，他看完《巴黎圣母院》共需 820 分钟. 2024 年 10 月 26 日，他开始阅读《巴黎圣母院》，当天他读了 1 个小时，从第二天开始，他每天阅读此书的时间比前一天减少 2 分钟，则他恰好读完《巴黎圣母院》的日期为（　）

A. 2024 年 11 月 12 日

B. 2024 年 11 月 13 日

C. 2024 年 11 月 14 日

D. 2024 年 11 月 15 日

6. （多选题）[2025·昆明八中高二期末] 等差数列$\{a_n\}$是递增数列，公差为 d，前 n 项和为 S_n，满足 $a_9=4a_6$，则下列选项正确的是（　）

A. $a_1<0$

B. $d<0$

C. 当 S_n 取得最小值时，$n=5$

D. 当 $S_n>0$ 时，n 的最小值为 10

7. [2025·铜陵高二阶段练] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=7$，$a_7=4$，则 S_n 的最大值为__________.

8. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}>a_n$，$S_n\geqslant S_7$. 写出一个满足条件的数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=$________.

9. （13 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，点(n,a_n)在直线 $2x-y-22=0$ 上.

(1) 求 S_n；

(2) 求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值.

综合提升

10. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_5<0$，$a_6>0$，且 $a_6>|a_5|$，S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则下列说法正确的是（　）

A. S_1,S_2,S_3 均小于 0，$S_4,S_5,S_6,\cdots$均大于 0

B. S_1,S_2,S_3,S_4,S_5 均小于 0，$S_6,S_7,\cdots$均大于 0

C. $S_1,S_2,\cdots,S_9$ 均小于 0，$S_{10},S_{11},\cdots$均大于 0

D. $S_1,S_2,\cdots,S_{11}$ 均小于 0，$S_{12},S_{13},\cdots$均大于 0

11. （多选题）首项为正数，公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则下列说法中正确的是（　）

A. 若 $S_{10}=0$，则 $a_5>0$，$a_6<0$

B. 若 $S_4=S_{12}$，则使 $S_n>0$ 的最大的 n 为 15

C. 若 $S_{15}>0$，$S_{16}<0$，则$\{S_n\}$中的最大项为 S_7

D. 若 $S_8<S_9$，则 $S_7<S_8$

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$|a_5|=|a_{14}|$,且公差$d<0$,则其前n项和取得最大值时n的值为________.

13. [2025·北京一六一中学高二阶段练]某新能源汽车的购车费用为14.4万元,每年应交付保险费、充电费共0.9万元,汽车的保养维修费如下:第一年0.2万元,第二年0.4万元,第三年0.6万元,…,按等差数列逐年递增.则使用4年该新能源汽车的总费用(包括购车费用)为________万元;该新能源汽车使用________年报废最合算(即年平均费用最少).

14. (15分)某写字楼共20层,由于电梯故障,大楼管理部门需要召集每层楼中的一个负责人开会,已知每层楼中都设有一个会议室,假设与会者每向下走一层的不满意度为1,每向上走一层的不满意度为2,举行会议的这一层楼与会者的不满意度为0,为使所有与会者的不满意度之和最小,会议应该在第几层楼举行?

思维探索

15. 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和,若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$,均有$S_6\leqslant S_n$成立,则$\dfrac{a_{10}}{a_7}$的值不可能为 ( )

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

16. (15分)已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_4=10$.

(1)若$S_{20}=590$,求$\{a_n\}$的公差;

(2)若$a_1\in\mathbf{Z}$,且S_7是数列$\{S_n\}$中最大的项,求a_1所有可能的值.

滚动习题（一）

范围 4.1～4.2

（时间：45 分钟　分值：105 分）

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. ［2025·防城港高级中学高二联考］已知数列 1,$-1,\frac{3}{4},-\frac{1}{2},\frac{5}{16},\cdots$,则该数列的第 100 项为 (　　)

A. $-\frac{25}{2^{97}}$　　B. $\frac{25}{2^{97}}$

C. $-\frac{99}{2^{99}}$　　D. $-\frac{25}{2^{96}}$

2. ［2025·洛阳高二检测］设数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{3}$,$a_na_{n+1}=(-1)^n(2n-1)^2$,则 $a_3=$ (　　)

A. 3　　B. 9

C. -3　　D. -9

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_2=5$,$a_4+a_8=26$,则 $S_7=$ (　　)

A. 45　　B. 49

C. 56　　D. 63

4. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$均为等差数列,$a_2+b_2=7$,$a_8+b_{10}=11$,则 $a_5+b_6=$ (　　)

A. 9　　B. 18

C. 16　　D. 27

5. ［2025·铜陵一中高二月考］若数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n-\sqrt{2025}}{n-\sqrt{2026}}$,则该数列中的最大项是 (　　)

A. a_1　　B. a_{44}

C. a_{45}　　D. a_{46}

6. 数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2+kn$,那么“$k\geqslant-1$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的 (　　)

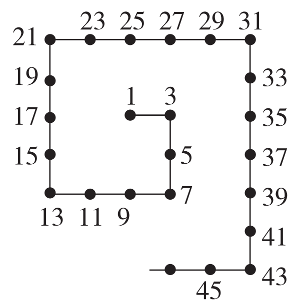
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 将正奇数按照如图所示的规律排列,我们将 3,7,13,21,31,…都称为“拐角数”,则下面是“拐角数”的为 (　　)



A. 55　　B. 75

C. 91　　D. 109

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 若等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,前 n 项和为 S_n,记 $b_n=\frac{S_n}{n}$,则 (　　)

A. 数列$\{b_n\}$是公差为$\frac{1}{2}d$ 的等差数列

B. 数列$\{b_n\}$是公差为 $2d$ 的等差数列

C. 数列$\{a_n+b_n\}$是公差为$\frac{3}{2}d$ 的等差数列

D. 数列$\{a_n-b_n\}$是公差为$\frac{3}{2}d$ 的等差数列

9. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $S_7=S_{13}$,且$(n+1)S_n>nS_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法中正确的是 (　　)

A. $a_{10}<a_{11}$

B. S_{10} 为 S_n 的最大值

C. 存在正整数 k,使得 $S_k=0$

D. 不存在正整数 m,使得 $S_m=S_{3m}$

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 若数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=6-\frac{2}{3^{n-1}}$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

11. 数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\frac{a_n-1}{a_n+1}$,且 $a_1=\frac{1}{2}$,则数列$\{a_n\}$的前 2025 项的和 $S_{2025}=$________.

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

12. [2025·重庆八中高二期末] 甲、乙、丙、丁四人玩报数游戏:第一轮,甲报数字1,乙报数字2,3,丙报数字4,5,6,丁报数字7,8,9,10;第二轮,甲报数字11,12,13,14,15,依次循环,直到报出数字2025,游戏结束.则甲在第8轮报了________个数字,报出数字2025的人是________.

四、解答题(本大题共3小题,共43分)

13. (13分)[2025·驻马店高二检测] 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $a_1=7$, $S_3=15$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 S_n,并求 S_n 的最大值及此时 n 的值.

14. (15分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列,且 $S_5=35$, $S_{10}=120$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)证明:$S_{2m}-S_m$ 是 S_m 和 $S_{3m}-S_{2m}$ $(m\in\mathbf{N}^*)$ 的等差中项.

15. (15分)已知$\{a_n\}$为等差数列, $b_n=\begin{cases}a_n-6, n\text{ 为奇数},\\ 2a_n, n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 记 S_n, T_n 分别为数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$的前 n 项和, $S_4=32$, $T_3=16$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 T_n.